

教学内容	中考专题——数形结合
教学目标	<p>在复习平面直角坐标系与函数这节知识时，坐标系的引进使数学中的两大研究对象“数”与“形”进一步的紧密结合起来。</p> <p>1、使学生了解数与形之间的密切联系；      2、使学生能够提取题目中的信息，掌握数、形进行转换的方法；      3、提升学生对数形结合思想应用的意识，训练灵活的思维方式。</p>
教学重、难点	迅速提取题目中的信息，将数与形进行转化，找到适当的方法使问题得到解决。



## 点拨过程

### 一、知识梳理

1、数形结合：……

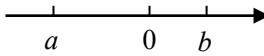
2、由形到数（以数助形）：位置关系转化成数量关系（工具：代数式、方程、不等式、函数等）

由数到形（以形解数）：数量关系到位置关系（工具：几何图形、数轴、坐标系、函数图象等）

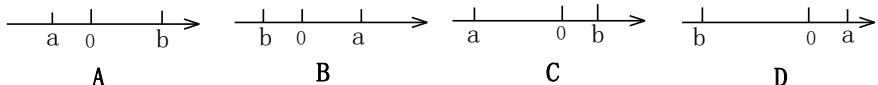
**关键点：以形助数，以数解形**

### 二、典型例题

#### (一) 在数与式中的应用

例 1、实数  $a$ 、 $b$  在数轴上的位置如图所示，化简  $\sqrt{a^2} + |a - b| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 

变式训练：已知  $a$ ， $b$  是有理数， $|ab| = -ab$  ( $ab \neq 0$ )， $|a+b| = |a| - b$ ，用数轴上的点来表示  $a$ ， $b$ ，下列正确的是【      】



#### (二) 在方程、不等式中的应用

例 2、已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-a > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$  的整数解共有 2 个，则  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

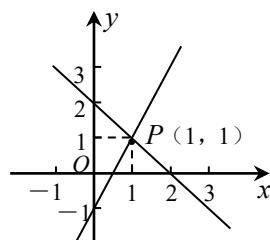
变式训练：用图象法解某二元一次方程组时，在同一直角坐标系中作出相应的两个一次函数的图象（如图所示），则所解的二元一次方程组是（      ）

A.  $\begin{cases} x+y-2=0, \\ 3x-2y-1=0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2x-y-1=0, \\ 3x-2y-1=0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 2x-y-1=0, \\ 3x+2y-5=0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x+y-2=0, \\ 2x-y-1=0 \end{cases}$



### (三) 在勾股定理中的应用

例 3. 已知  $\triangle ABC$  的三边长分别为  $m^2 - n^2$ 、 $2mn$  和  $m^2 + n^2$  ( $m, n$  为正整数, 且  $m > n$ ). 求  $\triangle ABC$  的面积 (用含  $m, n$  的代数式表示).

解:

【点评】利用勾股定理证明垂直关系是比较常用的“以数助形”的手法. 另外, 熟练的代数运算在这道题中起到了比较重要的作用.

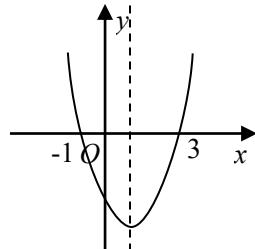
变式训练: (2012 湖北武汉) 在平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标为  $(3, 0)$ , 点  $B$  为  $y$  轴正半轴上的一点, 点  $C$  是第一象限内一点, 且  $AC=2$ . 设  $\tan \angle BOC=m$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【考点】锐角三角函数定义, 勾股定理, 一元二次方程根的判别式。

### (四) 在函数中的应用

例 4. 如图为二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象, 在下列说法中:

- ①  $ac < 0$ ;
- ② 方程  $ax^2+bx+c=0$  的根为  $x_1=-1$ ,  $x_2=3$ ;
- ③  $a+b+c > 0$ ;
- ④ 当  $x > 1$  时,  $y$  随着  $x$  的增大而增大.



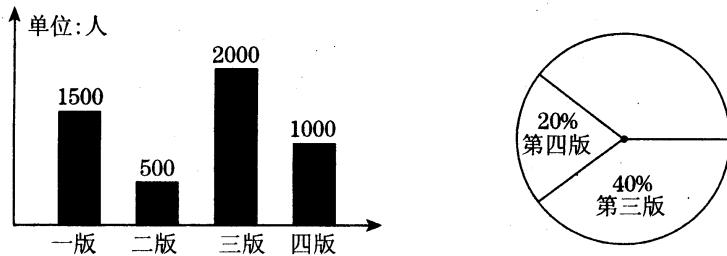
正确的说法有\_\_\_\_\_. (请写出所有正确说法的序号)

变式训练: (2012 广东佛山) 若  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$  在反比例函数  $y=\frac{2}{x}$  的图象上, 且  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ ;

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征。

### (五) 在概率统计中的应用

例 5. 某报社为了解读者对本社一种报纸四个版面的喜爱情况, 对读者作了一次问卷调查, 要求读者选出自己最喜欢的一个版面, 将所得数据整理后绘制成了如图所示的条形统计图:



(1) 请写出从条形统计图中获得的一条信息;

(2) 请根据条形统计图中的数据补全扇形统计图, 并说明这两幅统计图各有什么特点?

(3) 请你根据上述数据, 对该报社提出一条合理的建议。

## (六)在综合题型中的应用

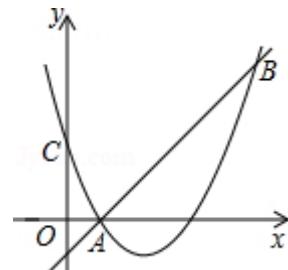
例 6. (2012 湖北黄冈 14 分) 如图, 已知抛物线的方程  $C_1: y = -\frac{1}{m}(x+2)(x-m)$  ( $m > 0$ ) 与  $x$  轴相交于点  $B$ 、 $C$ , 与  $y$  轴相交于点  $E$ , 且点  $B$  在点  $C$  的左侧.

(1) 若抛物线  $C_1$  过点  $M(2, 2)$ , 求实数  $m$  的值.

(2) 在(1)的条件下, 求  $\triangle BCE$  的面积.

(3) 在(1)的条件下, 在抛物线的对称轴上找一点  $H$ , 使  $BH+EH$  最小, 并求出点  $H$  的坐标.

(4) 在第四象限内, 抛物线  $C_1$  上是否存在点  $F$ , 使得以点  $B$ 、 $C$ 、 $F$  为顶点的三角形与  $\triangle BCE$  相似? 若存在, 求  $m$  的值; 若不存在, 请说明理由.



**【分析】**(1) 将点  $(2, 2)$  的坐标代入抛物线解析式, 即可求得  $m$  的值.

(2) 求出  $B$ 、 $C$ 、 $E$  点的坐标, 从而求得  $\triangle BCE$  的面积.

(3) 根据轴对称以及两点之间线段最短的性质, 可知点  $B$ 、 $C$  关于对称轴  $x=1$  对称, 连接  $EC$  与对称轴的交点即为所求的  $H$  点.

(4) 分两种情况进行讨论:

① 当  $\triangle BEC \sim \triangle BCF$  时, 如图所示, 此时可求得  $2\sqrt{2} + 2$ .

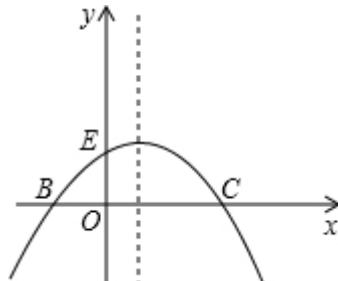
② 当  $\triangle BEC \sim \triangle FCB$  时, 如图所示, 此时得到矛盾的等式, 故此种情形不存在.

**【考点】**二次函数综合题, 曲线上点的坐标与方程的关系, 二次函数的性质, 轴对称的性质, 两点之间线段最短的性质, 相似三角形的判定和性质。

**变式练习:** (2012 广东珠海) 如图, 二次函数  $y = (x-2)^2+m$  的图象与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $B$  是点  $C$  关于该二次函数图象的对称轴对称的点. 已知一次函数  $y=kx+b$  的图象经过该二次函数图象上点  $A(1, 0)$  及点  $B$ .

(1) 求二次函数与一次函数的解析式;

(2) 根据图象, 写出满足  $kx+b \geq (x-2)^2+m$  的  $x$  的取值范围.



**【考点】**曲线上点的坐标与方程的关系, 二次函数的性质, 函数图象与不等式(组).

**【分析】**(1) 将点  $A(1, 0)$  代入  $y = (x-2)^2+m$  求出  $m$  的值, 根据点的对称性, 将  $y=3$  代入二次函数解析式求出  $B$  的横坐标, 再根据待定系数法求出一次函数解析式.

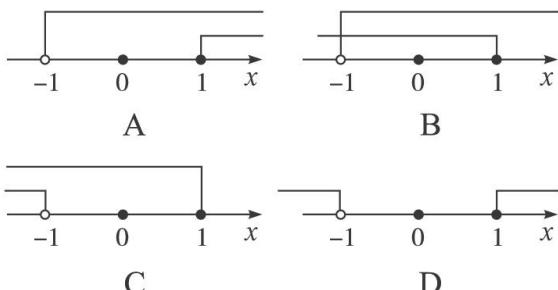
(2) 根据图象和  $A$ 、 $B$  的交点坐标可直接求出  $kx+b \geq (x-2)^2+m$  的  $x$  的取值范围.

### 三、家庭嘱咐

1. 已知在第二象限内, 点 P 到 x 轴的距离是 2, 到 y 轴的距离是 3, 则 P 点的坐标是

- A.(2, -3)      B.(-2, 3)      C.(-3, 2)      D.(3, 2)

2. 把不等式组  $\begin{cases} x+1 > 0, \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$  的解集表示在数轴上, 正确的是

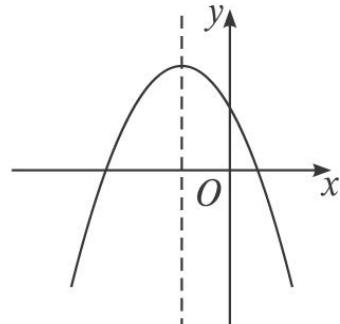


3. 若  $M(-\frac{1}{2}, y_1)$ 、 $N(-\frac{1}{4}, y_2)$ 、 $P(\frac{1}{2}, y_3)$  三点都在函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k < 0$ ) 的图象上, 则  $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  的大小关系为

- A. $y_2 > y_3 > y_1$       B. $y_2 > y_1 > y_3$       C. $y_3 > y_1 > y_2$       D. $y_3 > y_2 > y_1$

4. 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象如图所示, 则  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足

- A. $a < 0, b < 0, c > 0$       B. $a < 0, b < 0, c < 0$   
C. $a < 0, b > 0, c > 0$       D. $a > 0, b < 0, c > 0$



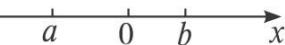
5. 已知二次函数  $y=x^2-2x-3$ , 当 \_\_\_\_\_ 时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当

\_\_\_\_\_ 时,  $y$  的值小于 0

- A. $x < 1$ ;  $-1 < x < 3$       B. $x > 1$ ;  $x < -1$  或  $x > 3$   
C. $x > 1$ ;  $-1 < x < 3$       D. $x < -1$ ;  $x < -1$  或  $x > 3$

### (二) 填空题

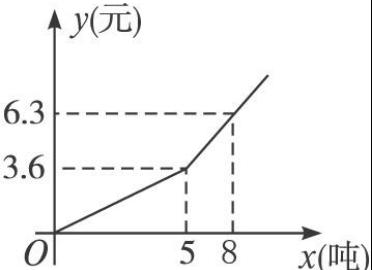
6. 实数  $a$ 、 $b$  在数轴上的位置如图所示, 化简  $\sqrt{a^2} + |a-b| =$  \_\_\_\_\_.



7. 若不等式组  $\begin{cases} x < m+1, \\ x > 2m-1 \end{cases}$  无解, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

8. 青岛市是严重缺水地区, 自来水公司为了鼓励市民节约用水, 采取分段收费标准, 若某户居民每月应交水费是用水量的函数, 其图象如图所示: 观察函数图象,

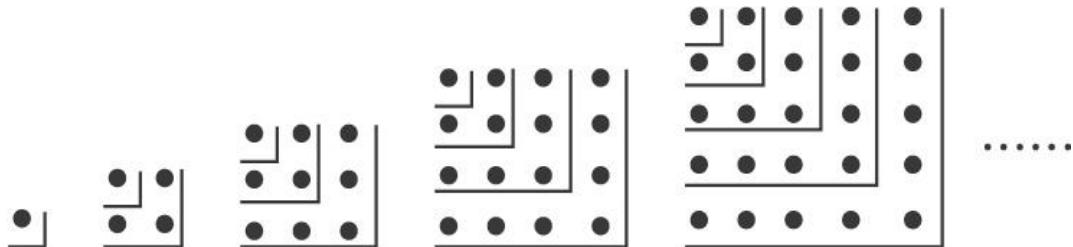
回答自来水公司采取的收费标准



9. 观察下面的点阵图和相应的等式，探究其中的规律：

(1) 在④和⑤后面的横线上分别写出相应的等式；

(2) 通过猜想写出与第  $n$  个点阵相对应的等式为 \_\_\_\_\_.



①  $1=1^2$ ; ②  $1+3=2^2$ ; ③  $1+3+5=3^2$ ; ④ \_\_\_\_\_; ⑤ \_\_\_\_\_; .....

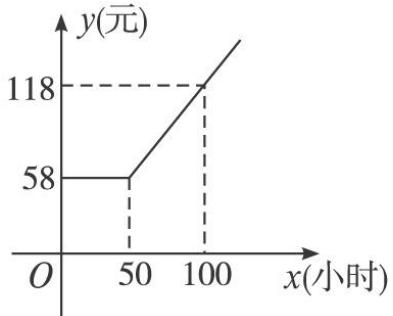
10. 如图，在同一直角坐标系中，二次函数的图象与两坐标轴分别交于  $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$  和  $C(0, -3)$ ，一次函数的图象与抛物线交于  $B$ 、 $C$  两点。

(1) 二次函数的解析式为 \_\_\_\_\_.

(2) 当自变量  $x$  \_\_\_\_\_ 时，两函数的函数值都随  $x$  增大而增大。

(3) 当自变量 \_\_\_\_\_ 时，一次函数值大于二次函数值。

(4) 当自变量  $x$  \_\_\_\_\_ 时，两函数的函数值的积小于 0。



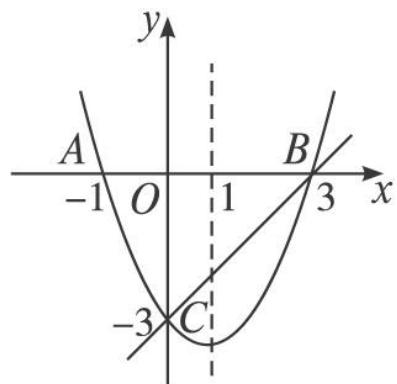
### (三) 解答题

11. 某广电局与长江证券公司联合推出广电宽带网业务，用户通过宽带网可以享受新闻点播、影视欣赏、股市大户室等项服务，用户交纳上网费的方式有：方式一，每月 80 元包干；方式二，每月上网时间  $x$ (小时)与上网费  $y$ (元)的函数关系用图 2-9 中的折线表示；方式三，以 0 小时为起点，每小时收费 1.6 元，月收费不超过 120 元。若设一用户每月上网  $x$  小时，月上网费为  $y$  元。

(1) 根据图，写出方式二中  $y$  与  $x$  的函数关系式；

(2) 试写出方式三中  $y$  与  $x$  的函数关系式；

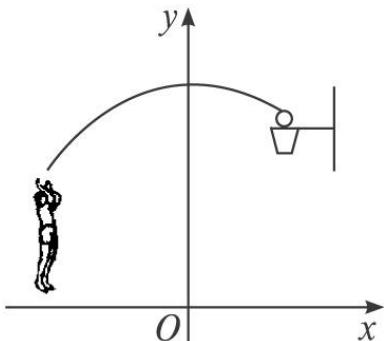
(3) 若此用户每月上网 60 小时，选用哪种方式上网费用最少？最少费用是多少？



12. 如图,一位运动员在距篮下4米处跳起投篮,球运行的路线是抛物线,当球运行的水平距离为2.5米时,达到最大高度3.5米,然后准确落入篮圈.已知篮圈中心到地面的距离为3.05米.

(1)建立如图所示的直角坐标系,求抛物线的解析式.

(2)该运动员身高1.8米,在这次跳投中,球在头顶上方0.25米处出手,问:球出手时,它跳离地面的高度是多少?



一、选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分,在每小题给出的四个选项中,只有一个正确,请将所选选项的字母填涂在答题卷中对应题号的方格内)

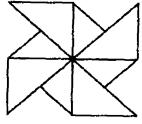
1.  $-2$ 的倒数是( )

- A. 2      B.  $-2$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

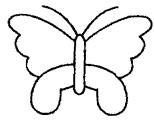
2. 日本东部大地震造成日本国内经济损失约2350亿美元,其中2350亿用科学记数法表示为( )

- A.  $2.3 \times 10^{11}$       B.  $2.35 \times 10^{11}$       C.  $2.4 \times 10^{11}$       D.  $0.24 \times 10^{12}$

3. 在下列图形中,即是轴对称图形,又是中心对称图形的是( )



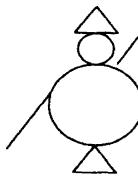
A



B



C



D

4. 如图是一个正方体的平面展开图,则这个正方体“美”字所在面的对面标的字是( )

- A. 让      B. 生      C. 活      D. 更

让			
生	更	美	好
活			

5. 某中学为庆祝党的生日,举行了“童心向党,从我做起”为主题的演讲比赛.经预赛,七、八年级各有一名同学进入决赛,九年级有两名同学进入决赛,则九年级同学获得前两名的概率是

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{6}$

6. 二次函数 $y_1=ax^2-x+1$ 的图像与 $y_2=-2x^2$ 图像的形状、开口方向相同,只是位置不同,则二次函数 $y_1$ 的顶点坐标是( )

- (A)  $(-\frac{1}{4}, -\frac{9}{8})$       (B)  $(-\frac{1}{4}, \frac{9}{8})$       (C)  $(\frac{1}{4}, \frac{9}{8})$       (D)  $(\frac{1}{4}, -\frac{9}{8})$

7. 如图给出的是 2007 年 3 月份的日历表，任意圈出一竖列上相邻的三个数，请你运用方程思想来研究，发现这三个数的和不可能是（ ）

- (A) 69      (B) 54      (C) 27      (D) 40

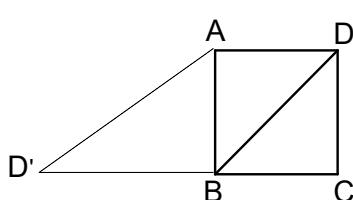
8. 如图，已知正方形 ABCD 的边长为 2，如果将线段 BD 绕着点 B 旋转后，点 D 落在 CB 的延长线上的 D' 处，那么  $\tan \angle BAD'$  等于（ ）

- (A) 1      (B)  $\sqrt{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (D)  $2\sqrt{2}$

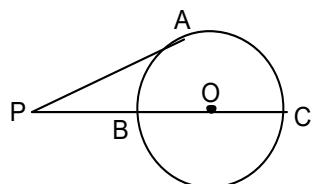
9. 如图，PA 切  $\odot O$  于点 A，直线 PBC 经过圆心 O，若  $\angle P = 30^\circ$ ，则  $\angle ACB$  的度数为（ ）。

- (A)  $30^\circ$       (B)  $60^\circ$       (C)  $90^\circ$       (D)  $120^\circ$

日	一	二	三	四	五	六
			1	2	3	
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31



第 8 题



第 9 题

第 7 题

10. 小王利用计算机设计了一个计算程序，输入和输出的数据如下表：

输入	L	1	2	3	4	5	L
输出	L	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	L

当输入数据是 8 时，输出的数是

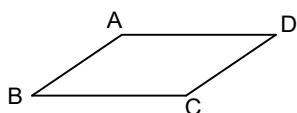
- A.  $\frac{8}{61}$       B.  $\frac{8}{65}$       C.  $\frac{8}{67}$       D.  $\frac{8}{69}$

## 二、填空题（每小题 4 分，共 24 分，请把答案填在横线上）

11. 矩形的对称轴有\_\_\_\_\_条。

12. 函数  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

13. 如图， $AB \parallel DC$ ，要使四边形 ABCD 是平行四边形，还需补充一个条件是\_\_\_\_\_。



第 13 题

14. 亮亮想制作一个圆锥模型，这个模型的侧面是用一个半径为 9cm，圆心角为  $240^\circ$  的扇形铁皮制作的，再用一块圆形铁皮做底。请你帮他计算这块圆形铁皮的半径为\_\_\_\_\_cm。

15. 小明背对小亮，让小亮按下列四个步骤操作：

第一步 分发左、中、右三堆牌，每堆牌不少于 3 张，且各堆牌现有的张数相同；

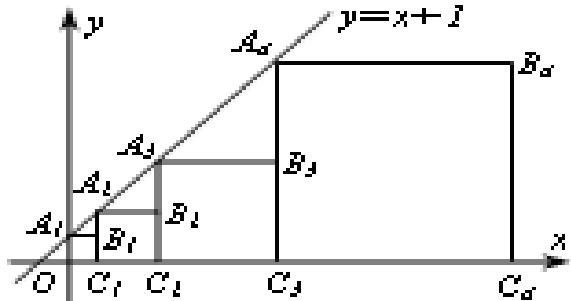
第二步 从左边一堆拿出 3 张，放入中间一堆；

第三步 从右边一堆拿出 2 张，放入中间一堆；

第四步 左边一堆有几张牌，就从中间一堆拿几张牌放入左边一堆。

这时，小明准确说出了中间一堆牌现有的张数。你认为中间一堆牌现有的张数是\_\_\_\_\_。

16. 如图所示, 直线  $y=x+1$  与  $y$  轴相交于点  $A_1$ , 以  $OA_1$  为边作正方形  $OA_1B_1C_1$ , 记作第一个正方形; 然后延长  $C_1B_1$  与直线  $y=x+1$  相交于点  $A_2$ , 再以  $C_1A_2$  为边作正方形  $C_1A_2B_2C_2$ , 记作第二个正方形; 同样延长  $C_2B_2$  与直线  $y=x+1$  相交于点  $A_3$ , 再以  $C_2A_3$  为边作正方形  $C_2A_3B_3C_3$ , 记作第三个正方形; …依此类推, 则第  $n$  个正方形的边长为 \_\_\_\_\_.

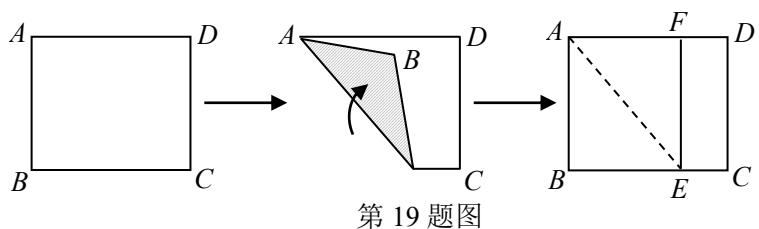


三、解答题(一) (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

17. 计算:  $|-3| + \sqrt{4} + (1 - \sqrt{2})^0 - \tan 45^\circ$ .

18. 先化简, 再求值:  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x} + \frac{3}{x}$ , 其中  $x = \sqrt{2}$ .

19. 如图, 将一张矩形纸片  $ABCD$  折叠, 使  $AB$  落在  $AD$  边上, 然后打开, 折痕为  $AE$ , 顶点  $B$  的落点为  $F$ . 你认为四边形  $ABEF$  是什么特殊四边形? 请说出你的理由.



第 19 题图

检测得分: \_\_\_\_\_

本周作业			上周作业完成情况		
教学主管		日期、时间		学生签名	